Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Львівський національний університет ім. Івана Франка

факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра програмування

Індивідуальне завдання №3

з курсу «Математична статистика»

Виконала:

студентка групи ПМі-31

Прокіп Олена

Львів – 2013

1. **Постановка задачі.**

При контролі технологічного процесу було проведено 50 вимірювань температури продукту на виході з реактора. Нехай температура продукту на виході з реактора може бути розглянута як випадкова величина Х, розподілена за нормальним законом. Результати вимірювань наведено нижче:

1,09 1,39 1,48 1,63 1,77 1,83 1,88 1,89 1,96 2,06 2,28 2,30 2,37 2,39 2,40 2,41 2,42 2,44 2,51 2,54 2,58 2,61 2,75 2,84 2,89 2,92 2,94 2,99 3,03 3,14 3,16 3,21 3,26 3,29 3,32 3,40 3,48 3,52 3,56 3,623,63 3,69 3,81 3,84 3,92 4,13 4,16 4,27 4,88 5,69

Провести групування даних, розбивши варіанти на 7 інтервалів.

Для згрупованого ряду побудувати гістограму частот.

Знайти вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, варіансу та стандарт.

Побудувати довірчий інтервал для математичного сподівання та дисперсії генеральної сукупності із заданим рівнем довірчої ймовірності у=0,99.

При рівні значущості а = 0,05 перевірити твердження про рівність середньої температури продукту на виході з реактора номінальному значенню а = 3.

За технічними умовами середньоквадратичне відхилення випадкової величини Х не повинно перевищувати заданого числа σ0 = 0,5. При рівні значущості α = 0,01 перевірити, чи виконується ця вимога.

1. **Короткі теоретичні відомості.**

**Гіпотеза про сподівання**

Нехай – вибірка з нормально розподіленої випадкової змінної , отримана в результаті незалежних спостережень , проведених в однакових умовах. Потрібно перевірити гіпотезу H0: Е.

Алгоритм перевірки гіпотези H0 за допомогою критерію Стьюдента: вибираємо рівень значущості

Обчислюємо за формулою емпіричне значення статистики Стюдента попередньо визначивши середнє вибіркове та варіансу.

При та кількості ступенів вільності df = n-1 знаходимо критичне заданої статистики.

Якщо , то гіпотезу відкидаємо, у протилежному випадку приймаємо.

**Інтервал довіри для невідомого середнього**

При визначенні критичної області для гіпотези про сподівання, на підставі означення рівня значущості, одержуємо співвідношення:

Звідси,

Отже з ймовірністю випадковий інтервал: накриває невідоме сподівання а нормально розподіленої генеральної сукупності.Цей інтервал називаєть інтервалом довіри при рівні значущості .

**Гіпотеза про дисперсію**

Нехай – вибірка з нормально розподіленої випадкової змінної , отримана в результаті незалежних спостережень , проведених в однакових умовах. Потрібно перевірити гіпотезу H0: D.

Вибираємо рівень значущості Обчислюємо за формулою емпіричне значення статистики.

Якщо , то гіпотезу приймаємо, у всіх інших випадках відкидаємо.

**Довірчий інтервал для дисперсії**

При визначенні критичної області статистики , використовуючи означення рівня значущості, отримуємо таке співвідношення:

Звідси знаходимо, що .

інтервал накриває невідоме значення дисперсії генеральної сукупності.

1. **Програмна реалізація**

using System;

using System.Collections.Generic;

using System.IO;

using System.Linq;

using System.Windows;

using System.Windows.Controls.DataVisualization.Charting;

using Microsoft.Win32;

namespace TIMS\_ind3

{

/// <summary>

/// Interaction logic for MainWindow.xaml

/// </summary>

public partial class MainWindow : Window

{

public MainWindow()

{

InitializeComponent();

}

#region private fields

private SortedDictionary<double, int> \_inputData;

private Dictionary<string, int> \_histogramTable;

private Dictionary<double, int> \_frequencyTable;

private int \_n;

private double \_average;

private double \_variance;

private double \_standart;

private double \_dispersion;

#endregion

#region callbacks

private void readButton\_Click(object sender, RoutedEventArgs e)

{

\_inputData = new SortedDictionary<double, int>();

\_histogramTable = new Dictionary<string, int>();

\_frequencyTable = new Dictionary<double, int>();

\_n = 0;

OpenFileDialog dlg = new OpenFileDialog {DefaultExt = ".txt", Filter = "Text documents (.txt)|\*.txt"};

var result = dlg.ShowDialog();

if (result == true)

{

var filename = dlg.FileName;

using (var sr = File.OpenText(filename))

{

var line = "";

while ((line = sr.ReadLine()) != null)

{

if (line.Trim() != "")

{

var tokens = line.Split(new char[] { ' ' });

try

{

\_inputData.Add(double.Parse(tokens[0]), 1);

}

catch (ArgumentException)

{

\_inputData[double.Parse(tokens[0])]++;

}

\_n++;

}

}

}

}

Assignment();

Calculations();

Hypothesis();

}

#endregion

#region calculations

private void Assignment()

{

numberTextBlock.Text = \_n.ToString();

inputDataGrid.DataContext = \_inputData;

var scope = (\_inputData.Last().Key - \_inputData.First().Key)/7;

var from = \_inputData.Keys.First();

while (from < \_inputData.Keys.Last())

{

var to = from + scope;

var k =

\_inputData.Where(element => element.Key >= @from && element.Key <= to).Sum(element => element.Value);

\_histogramTable.Add(Math.Round(from, 3) + "-" + Math.Round(to, 3), k);

\_frequencyTable.Add(Math.Round((from + to)/2, 3), k);

from = to;

}

intervalsGrid.DataContext = \_histogramTable;

((ColumnSeries) histogramChart.Series[0]).DataContext = \_histogramTable;

}

private void Calculations()

{

\_average = 0;

foreach (var i in \_frequencyTable)

{

\_average += i.Key\*i.Value;

}

\_average /= \_n;

var dev = \_inputData.Sum(i => Math.Pow(i.Key - \_average, 2)\*i.Value);

\_variance = dev/(\_n - 1);

\_standart = Math.Sqrt(\_variance);

\_dispersion = dev/\_n;

const double criticalExpectation = 2.68;

var beginExpectation = \_average - (\_standart/Math.Sqrt(\_n))\*criticalExpectation;

var endExpectation = \_average + (\_standart/Math.Sqrt(\_n))\*criticalExpectation;

const double hiBegin = 1.6;

const double hiEnd = 0.561;

var beginDispersion = \_variance/hiBegin;

var endDispersion = \_variance/hiEnd;

outputTextBox.Text += String.Format("Вибіркове середнє: {0:0.000}", \_average) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Вибіркова дисперсія: {0:0.000}", \_dispersion) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Варіанса: {0:0.000}", \_variance) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Стандарт: {0:0.000}", \_standart) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format(

"Довірчий інтервал для математичного сподівання: ({0:0.000} ; {1:0.000})"

, beginExpectation, endExpectation) + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += String.Format("Довірчий інтервал для дисперсії: ({0:0.000} ; {1:0.000})"

, beginDispersion, endDispersion) + Environment.NewLine;

}

private void Hypothesis()

{

const double a = 3.0;

const double criticalExpectation = 2.01;

var empiricalExpectation = ((a - \_average)/\_standart)\*Math.Sqrt(\_n);

outputTextBox.Text += "Гіпотеза про те, що проектний розмір а=4 співпадає " +

"з виробленими при рівні значущості 0,1" + Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += empiricalExpectation < criticalExpectation

? "Приймається" + Environment.NewLine

: "Не приймається" + Environment.NewLine;

const double o = 0.5;

const double hiBegin = 0.561;

const double hiEnd = 1.6;

var empiricalT = \_variance / o;

outputTextBox.Text += "Твердження про рівність середньоквадратичного відхиоення" +

"розміру деталі заданому значенню o=1, при рівні значущості 0,05" +

Environment.NewLine;

outputTextBox.Text += (empiricalT > hiBegin && empiricalT < hiEnd)

? "Приймається" + Environment.NewLine

: "Не приймається" + Environment.NewLine;

}

#endregion

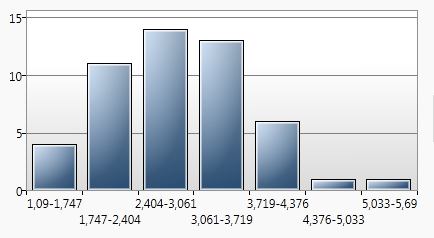
}

}

1. **Аналіз отриманих результатів.**

На основі вхідних даних групуємо їх у 7 інтервалів і будуємо гістограму частот:

****



Знаходимо:

Вибіркове середнє: 2,904

Вибіркова дисперсія: 0,824

Варіанса: 0,841

Стандарт: 0,917

Будуємо довірчі інтервали для математичного сподівання і дисперсії за описаними вище формулами:

Довірчий інтервал для математичного сподівання: (2,556 ; 3,251)

Довірчий інтервал для дисперсії: (0,525 ; 1,498)

Знаходимо емпіричні значення статистики Стьюдента і статистики . Перевіряємо гіпотези зі заданими рівнями значущості:

Гіпотеза про те, що середня температура на виході з реактора а = 3 при рівні значущості 0.05 приймається

Твердження про рівність середньоквадратичного відхилення випадкової величини Х, при рівні значущості 0.01, не перевищує σ0 = 0,5 не приймається

1. **Висновки.**

Перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу є досить зручним способом для опрацювання даних. Завдяки описаній методиці можемо знайти інтервали довіри для математичного сподівання і дисперсії, а також перевірити гіпотези про значення математичного сподівання і дисперсії.